

# 1. Świat liczb rzeczywistych

## 1.1. Liczby naturalne

1. Wypisz dzielniki podanej liczby.

- a) 14 1, 2, 7, 14                      d) 51 \_\_\_\_\_  
b) 18 \_\_\_\_\_                      e) 55 \_\_\_\_\_  
c) 48 \_\_\_\_\_                      f) 59 \_\_\_\_\_

2. Wskaż zdania prawdziwe.

$2 \mid 71\,836$                         $9 \mid 77\,706$

Zapis  $3 \mid n$  czytamy: 3 dzieli  $n$  lub inaczej: liczba  $n$  jest podzielna przez 3.

$3 \mid 21\,345$                         $5 \nmid 25\,054$

Zapis  $7 \nmid n$  czytamy: 7 nie dzieli  $n$  lub inaczej: liczba  $n$  nie jest podzielna przez 7.

$6 \mid 64\,636$                         $15 \nmid 47\,310$

3. Wpisz w miejsce  odpowiednią cyfrę tak, aby liczba  $n$  była podzielna przez  $k$ .

- a)  $n = 1734$  ,  $k = 15$                       b)  $n = 1562$  ,  $k = 12$                       c)  $n = 2307$  ,  $k = 18$

4. Ile jest równa reszta  $r$  z dzielenia podanej liczby przez 6?

- a) 26  $r = 2$                       b) 41 \_\_\_\_\_                      c) 57 \_\_\_\_\_                      d) 70 \_\_\_\_\_                      e) 78 \_\_\_\_\_

5. Zapisz podaną liczbę w postaci  $5k + r$ , gdzie  $r$  jest resztą z dzielenia tej liczby przez 5.

a)  $21 = 5 \cdot 4 + 1$                       c)  $66 = 5 \cdot \text{} + \text{$                       e)  $198 = 5 \cdot \text{} + \text{$

b)  $37 = 5 \cdot \text{} + \text{$                       d)  $79 = 5 \cdot \text{} + \text{$                       f)  $200 = 5 \cdot \text{} + \text{$

6. Zaznacz liczby parzyste oraz nieparzyste ( $n$  jest liczbą naturalną).

$a = 2n$                        $c = 2n + 3$                        $e = 4n + 3$                        $g = \frac{1}{2}[(n+2)^2 - n^2]$

$b = 2n + 1$                        $d = 4n + 2$                        $f = 2(2n + 1)$                        $h = (n+1)^2 - (n-1)^2$

7. Wśród kolejnych liczb naturalnych zaznaczono liczby pierwsze mniejsze od 20. Zaznacz dziewięć pozostałych liczb pierwszych.

Liczbę naturalną, która ma dokładnie dwa dzielniki (1 i samą siebie), nazywamy liczbą pierwszą.

- 0, 1, (2), (3), 4, (5), 6, (7), 8, 9, 10, (11), 12, (13), 14, 15, 16, (17), 18, (19),  
20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39,  
40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59

8. Przeanalizuj podany przykład, a następnie rozłóż na czynniki pierwsze liczby 600 i 540 oraz uzupełnij wykładniki potęg.

1500	2		600	2		540	2
750	2						
375	3						
125	5						
25	5						
5	5						
1			1			1	
$1500 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^3$			$600 = 2^{\square} \cdot 3^{\square} \cdot 5^{\square}$			$540 = 2^{\square} \cdot 3^{\square} \cdot 5^{\square}$	

9. Rozłóż na czynniki pierwsze liczby 588, 726 i 765.

$588 = 2^{\square} \cdot 3^{\square} \cdot 7^{\square}$	$726 =$	$765 =$
---	---------	---------

10. Rozłóż na czynniki pierwsze liczby  $x$  i  $y$ , a następnie oblicz ich największy wspólny dzielnik  $NWD(x, y)$  oraz najmniejszą wspólną wielokrotność  $NWW(x, y)$ .

- |                       |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| a) $x = 54, y = 225$  | c) $x = 33, y = 363$  | e) $x = 145, y = 150$ |
| b) $x = 175, y = 245$ | d) $x = 102, y = 189$ | f) $x = 165, y = 770$ |

11. Przedstaw każdą z podanych liczb jako sumę dwóch liczb pierwszych (może istnieć więcej niż jedno takie przedstawienie).

$4 = 2 + 2$	$18 =$		
$8 =$	$24 =$		
$12 =$	$36 =$	$100 =$	$102 =$

W 1742 r. Christian Goldbach w liście do Leonharda Eulera postawił hipotezę, w myśl której każdą liczbę parzystą większą od 2 można przedstawić jako sumę dwóch liczb pierwszych. Hipotezy tej do tej pory nie udowodniono.

## 1.2. Liczby całkowite. Liczby wymierne

12. Oblicz.

a)  $3 - (-3)^2 - (-3)^3 - (-3)^4 =$

b)  $(-4)^3 - 4^3 - ((-5)^4 - 5^4) =$

c)  $3 \cdot (7 - (-2)^3) - (1 - (2 - 2^2)) =$

d)  $3 - \{9 - [18 - (-2)^3 \cdot (-3)^2]\} =$

13. Rozszerz ułamek.

a)  $\frac{1}{7} = \frac{\square}{105}$

b)  $\frac{5}{6} = \frac{\square}{72}$

c)  $\frac{3}{16} = \frac{\square}{96}$

d)  $\frac{11}{15} = \frac{121}{\square}$

14. Porównaj liczby, wstawiając jeden z symboli: <, > lub =.

a)  $\frac{7}{15} \square \frac{14}{29}$

b)  $\frac{38}{43} \square \frac{19}{21}$

c)  $2\frac{33}{50} \square 2,62$

d)  $1,125 \square \frac{108}{96}$

15. Oblicz.

a)  $2\frac{2}{3} - 5\frac{1}{4} + 0,75 =$

b)  $1\frac{7}{12} + 1\frac{5}{6} - \frac{1}{2} : \frac{2}{3} =$

c)  $-3,625 - 7\frac{3}{4} + 3\frac{1}{2} : \left(-1\frac{1}{3}\right) =$

d)  $\left(-2\frac{2}{3}\right) : \left(-1\frac{1}{5}\right) - \left(5\frac{1}{18} - 6\frac{1}{9}\right) =$

16. Uzupełnij taką liczbą, aby spełnione były nierówności.

a)  $3\frac{1}{5} < \square < 3\frac{1}{4}$       b)  $-4\frac{4}{7} < \square < -4\frac{3}{7}$       c)  $-2\frac{4}{5} < \square < -2\frac{1}{13}$

17. Skreśl litery zapisane nad ułamekami równymi  $\frac{6}{7}$ . Pozostałe litery utworzą nazwisko greckiego matematyka, który udowodnił, że istnieje nieskończenie wiele liczb pierwszych.

A	P	E	R	A	U	K	T	L	E	I	D	F	E	S	K
$\frac{18}{21}$	$\frac{72}{84}$	$\frac{24}{30}$	$\frac{84}{98}$	$\frac{186}{217}$	$\frac{46}{56}$	$\frac{68}{77}$	$\frac{612}{714}$	$\frac{126}{196}$	$\frac{78}{91}$	$\frac{96}{105}$	$\frac{42}{50}$	$\frac{36}{42}$	$\frac{48}{63}$	$\frac{54}{58}$	$\frac{102}{119}$

18. Oblicz.

a)  $\frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}}{\frac{3}{4} - \frac{2}{3}} =$

b)  $\frac{\frac{6}{5} - \frac{2}{7}}{\frac{2}{5} + \frac{2}{3}} =$

c)  $\frac{1\frac{1}{2} - 2,75}{1\frac{5}{6} - 2\frac{1}{12}} =$

d)  $\frac{1,25 + \frac{27}{8}}{1\frac{5}{16} + \frac{3}{8}} =$

e)  $\frac{1\frac{5}{6} - 0,625}{\frac{4}{13} - \frac{25}{39}} =$

19. Oblicz.

a)  $\frac{8 - (-2\frac{1}{2})}{1\frac{4}{5} : \frac{14}{15} - 2}$

b)  $\frac{\frac{3}{5} : \frac{9}{10} - 2\frac{1}{5} : (-1,1)}{(2\frac{1}{3} - \frac{3}{4}) \cdot 2\frac{2}{5}}$

c)  $1\frac{2}{3} - \frac{2\frac{1}{3} - 3\frac{1}{2}}{3} : \left(\frac{5}{12} - \frac{5}{6}\right)$

d)  $\frac{4}{5} - \left[\frac{(-2)^3}{0,2} + \frac{0,6}{0,02} : \frac{6}{5}\right] \cdot 0,2$

e)  $\frac{-4,5 \cdot \frac{2}{9} + (-12,8) \cdot (\frac{1}{2})^3}{-0,6 \cdot (-1,5) - (4,4 : 0,4)} : 3\frac{1}{4}$

f)  $\frac{1}{6} \cdot \frac{(-3)^2}{0,5} + \frac{(-2)^2}{0,3} : \left(-1\frac{7}{9}\right) - 1,5$

### 1.3. Liczby niewymierne

20. Wśród podanych liczb znajdują się trzy liczby niewymierne. Zaznacz je.

a)  $\sqrt{4}$ ,  $\sqrt{18}$ ,  $\sqrt{48}$ ,  $\sqrt{64}$ ,  $\sqrt{88}$

b)  $\sqrt{121}$ ,  $\sqrt{125}$ ,  $\sqrt{144}$ ,  $\sqrt{160}$ ,  $\sqrt{200}$

c)  $\sqrt{\frac{1}{4}}$ ,  $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ,  $\sqrt{\frac{4}{15}}$ ,  $\sqrt{\frac{100}{27}}$ ,  $\sqrt{\frac{400}{81}}$

d)  $\sqrt{1\frac{1}{3}}$ ,  $\sqrt{2\frac{1}{4}}$ ,  $\sqrt{3\frac{1}{16}}$ ,  $\sqrt{4\frac{1}{4}}$ ,  $\sqrt{9\frac{4}{9}}$

e)  $\sqrt{0}$ ,  $\sqrt{0,4}$ ,  $\sqrt{0,04}$ ,  $\sqrt{0,004}$ ,  $\sqrt{0,016}$

f)  $\sqrt[3]{8}$ ,  $\sqrt[3]{9}$ ,  $\sqrt[3]{25}$ ,  $\sqrt[3]{64}$ ,  $\sqrt[3]{81}$

21. Uzupełnij dwiema kolejnymi liczbami naturalnymi.

a)  $3 < \sqrt{11} < 4$

d)  $\square < \sqrt{140} < \square$

g)  $\square < \sqrt[3]{25} < \square$

b)  $\square < \sqrt{27} < \square$

e)  $\square < \sqrt{401} < \square$

h)  $\square < \sqrt[3]{60} < \square$

c)  $\square < \sqrt{82} < \square$

f)  $\square < \sqrt{899} < \square$

i)  $\square < \sqrt[3]{100} < \square$

22. Zaznacz na osi liczbowej przybliżone położenie punktów odpowiadających podanym liczbom.

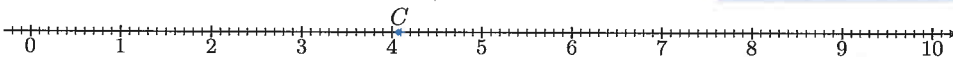
a)  $A = 2\sqrt{2}$ ,  $B = 3\sqrt{3}$ ,  $C = \sqrt[3]{68}$ ,  $D = \sqrt[3]{999}$ ,  
 $E = 2\pi + 2$ ,  $F = \pi - \sqrt{3}$

$\sqrt{2} \approx 1,41421$

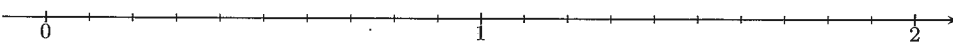
$\sqrt{3} \approx 1,73205$

$\sqrt{5} \approx 2,23607$

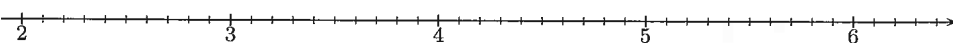
$\pi \approx 3,14159$



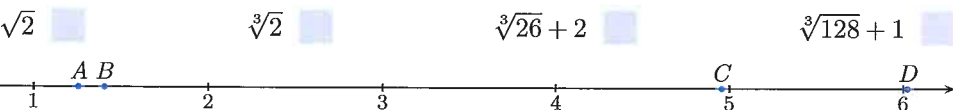
b)  $A = \sqrt{2}$ ,  $B = \sqrt{3}$ ,  $C = 2 - \sqrt{2}$ ,  $D = \frac{\pi}{2}$



c)  $A = 3\sqrt{2}$ ,  $B = 2\sqrt{3}$ ,  $C = \sqrt{5}$ ,  $D = 2\pi$



23. Punkty zaznaczone na osi liczbowej odpowiadają podanym liczbom niewymiernym. Dopasuj liczby do punktów.



## 1.4. Pierwiastek z liczby nieujemnej

24. Sformułuj założenia dla podanych obok wzorów.

25. Poniższy przykład pokazuje, w jaki sposób należy wyłączać czynnik przed pierwiastek.

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

Wyłącz czynnik przed pierwiastek.

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$$

a)  $\sqrt{45} = \sqrt{\quad} \cdot 5 = \sqrt{\quad} \cdot \sqrt{5} =$

b)  $\sqrt{75} =$

26. Wyłącz czynnik przed pierwiastek.

a)  $\sqrt{8} =$

d)  $\sqrt{32} =$

g)  $\sqrt{150} =$

b)  $\sqrt{12} =$

e)  $\sqrt{63} =$

h)  $\sqrt{175} =$

c)  $\sqrt{27} =$

f)  $\sqrt{52} =$

i)  $\sqrt{180} =$

27. Przedstaw liczbę w postaci  $a\sqrt{b}$ .

a)  $3\sqrt{2} + \sqrt{8} = 3\sqrt{2} + \sqrt{4 \cdot 2} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

b)  $2\sqrt{18} + \sqrt{50} =$

c)  $\sqrt{12} - 2\sqrt{75} =$

d)  $2\sqrt{20} - 7\sqrt{45} =$

e)  $\sqrt{242} + 0,25\sqrt{32} - \frac{1}{3}\sqrt{72} =$

28. Włącz czynnik pod pierwiastek.

a)  $3\sqrt{5} =$

b)  $5\sqrt{2} =$

c)  $7\sqrt{5} =$

29. a) Uzupełnij.

$$\begin{array}{ccccc} 11^2 = 121 & 13^2 = & 15^2 = & 17^2 = & 19^2 = \\ 12^2 = & 14^2 = & 16^2 = & 18^2 = & 20^2 = \end{array}$$

b) Oblicz.

$$\sqrt{\frac{144}{121}} = \sqrt{\left(\frac{12}{11}\right)^2} = \quad \quad \quad \sqrt{\frac{169}{196}} =$$

$$\sqrt{\frac{324}{289}} = \quad \quad \quad \sqrt{2\frac{1}{144}} =$$

$$\sqrt{\frac{225}{361}} = \quad \quad \quad \sqrt{1\frac{48}{121}} =$$

30. Wyłącz czynnik przed pierwiastek.

$$\text{a) } \sqrt[3]{16} = \quad \quad \quad \text{e) } \sqrt[3]{128} =$$

$$\text{b) } \sqrt[3]{24} = \quad \quad \quad \text{f) } \sqrt[3]{192} =$$

$$\text{c) } \sqrt[3]{54} = \quad \quad \quad \text{g) } \sqrt[3]{250} =$$

$$\text{d) } \sqrt[3]{81} = \quad \quad \quad \text{h) } \sqrt[3]{1250} =$$

31. Przedstaw liczbę w postaci  $a\sqrt[3]{b}$ .

$$\text{a) } \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} =$$

$$\text{b) } \sqrt[3]{250} - 2\sqrt[3]{128} =$$

$$\text{c) } \sqrt[3]{81} + 2\sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{375} =$$

32. Włącz czynnik pod pierwiastek.

$$\text{a) } 2\sqrt[3]{5} = \quad \quad \quad \text{b) } 4\sqrt[3]{2} = \quad \quad \quad \text{c) } 3\sqrt[3]{4} =$$

**33.** Wskaż wśród przedstawionych na rysunku trójkątów te, których:

a) pole wyraża się liczbą wymierną:

---



---

b) obwód jest mniejszy od 5:

---



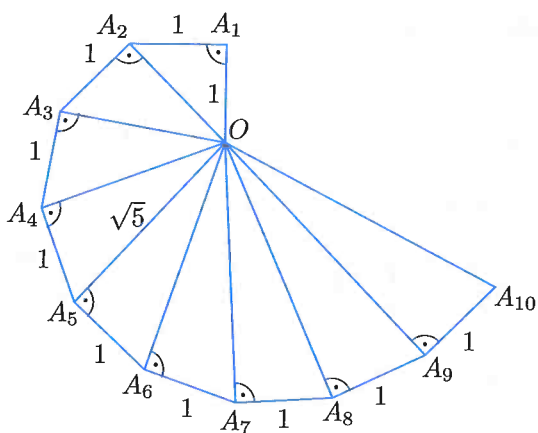
---

c) obwód jest większy od 7:

---



---



## 1.5. Pierwiastek nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej

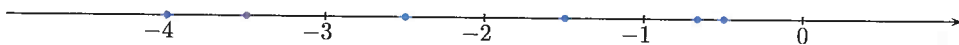
**34.** Uzupełnij.

a)  $(-2)^3 = -8$ , zatem  $\sqrt[3]{-8} = \square$       c)  $(-3)^5 = -243$ , zatem  $\sqrt[5]{\square} = -3$

b)  $(-3)^3 = -27$ , zatem  $\sqrt[3]{-27} = \square$       d)  $(-2)^9 = -512$ , zatem  $\sqrt[9]{\square} = -2$

**35.** Zaznaczone na osi liczbowej punkty odpowiadają podanym liczbom. Podpisz te punkty i odczytaj nazwisko greckiego filozofa.

$$A = \sqrt[3]{-\frac{125}{8}}, L = \sqrt[3]{-42\frac{7}{8}}, N = \sqrt[3]{-0,125}, O = \sqrt[3]{-\frac{8}{27}}, P = \sqrt[5]{-1024}, T = \sqrt[5]{-\frac{243}{32}}$$



**36.** Wpisz w miejsce  $\square$  jedną z liczb: 3, 5, 7, 9.

a)  $\sqrt{\square} = -10$       c)  $\sqrt{\square} = -6$       e)  $\sqrt{\square} = -0,5$

b)  $\sqrt{\square} = -0,2$       d)  $\sqrt{\square} = -2$       f)  $\sqrt{\square} = -1\frac{1}{3}$

**37.** Oblicz.

a)  $\frac{1}{2}\sqrt[3]{-1} + \frac{1}{3}\sqrt[5]{-32}$       d)  $\sqrt[3]{-2} \cdot \sqrt[3]{-500}$       g)  $\sqrt[3]{-4} \cdot \sqrt[3]{-2} + \sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{4}$

b)  $3\sqrt[3]{-0,125} - 2\sqrt[3]{-125}$       e)  $\sqrt[3]{-56} : \sqrt[3]{7}$       h)  $\sqrt[3]{\frac{9}{2}} \cdot \sqrt[3]{-6} - \frac{\sqrt[5]{-5}}{\sqrt[5]{-160}}$

c)  $3\sqrt[3]{-0,008} \cdot \sqrt[5]{-0,00032}$       f)  $\sqrt[3]{-15} : \sqrt[3]{-120}$       i)  $\frac{\sqrt[3]{-15} \cdot \sqrt[3]{-50}}{\sqrt[3]{-6}} + \sqrt[5]{-9} \cdot \sqrt[5]{-27}$



## 1.6. Zastosowanie przekształceń algebraicznych

38. Wyprowadź wzory skróconego mnożenia.

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) =$$

$$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) =$$

$$(a - b)(a + b) =$$

39. Wykonaj działania, korzystając ze wzorów skróconego mnożenia.

$$\text{a) } (3x + y)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot y + y^2 =$$

$$\text{b) } (5x + \frac{1}{2}y)^2 =$$

$$\text{c) } (4x - 2z)^2 =$$

$$\text{d) } (\frac{1}{2}x - y^2)^2 =$$

$$\text{e) } (\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b)^2 =$$

40. Uprość.

$$\text{a) } (x + 1)^2 - (x - 1)^2 =$$

$$\text{b) } (2x + 1)^2 + (x - 2)^2 =$$

41. Przedstaw wyrażenie w postaci kwadratu sumy lub kwadratu różnicy.

$$\text{a) } x^2 + 12x + 36 =$$

$$\text{e) } x^2 - 8x + 16 =$$

$$\text{b) } x^2 + 10x + 25 =$$

$$\text{f) } 9x^2 - 6x + 1 =$$

$$\text{c) } 36x^2 + 12x + 1 =$$

$$\text{g) } 9x^2 - 12x + 4 =$$

$$\text{d) } x^2 + 4xy + 4y^2 =$$

$$\text{h) } x^2 - 6xy + 9y^2 =$$

42. Wykonaj działania, korzystając ze wzorów skróconego mnożenia.

a)  $(a - 3b)(a + 3b) =$

b)  $(\frac{1}{2}m + n^2)(\frac{1}{2}m - n^2) =$

c)  $(\frac{p}{3} - 3q)(3q + \frac{p}{3}) =$

d)  $(x^2y + 2xy^2)(x^2y - 2xy^2) =$

43. Przekształć różnicę kwadratów w iloczyn, korzystając ze wzorów skróconego mnożenia.

a)  $x^2 - 9y^2 = (x - 3y)(x + 3y)$

c)  $a^2 - x^2y^2 =$

b)  $\frac{1}{4}x^2 - 4y^2 =$

d)  $\frac{4}{9}a^2 - b^2 =$

44. Wykonaj działania, korzystając ze wzorów skróconego mnożenia.

a)  $(\sqrt{10} + \sqrt{2})^2 =$

b)  $(\sqrt{21} + \sqrt{3})^2 =$

c)  $(\sqrt{15} - \sqrt{5})^2 =$


d)  $(2\sqrt{2} - \sqrt{6})^2 =$

45. Wykonaj działania, korzystając ze wzorów skróconego mnożenia.

a)  $(\sqrt{21} - \sqrt{20})(\sqrt{21} + \sqrt{20}) =$

b)  $\sqrt{\sqrt{13} + 2} \cdot \sqrt{\sqrt{13} - 2} =$

c)  $\sqrt{5\sqrt{2} + 7} \cdot \sqrt{5\sqrt{2} - 7} =$

 46. Oblicz.

a)  $\frac{1}{1-\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{1+\sqrt{2}}$

b)  $\frac{1}{\sqrt{5}+2} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}-2}$

c)  $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

47. Usuń niewymierność z mianownika.

$$a) \frac{1}{3-\sqrt{2}} = \frac{1}{3-\sqrt{2}} \cdot \frac{3+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}} =$$

$$b) \frac{4}{\sqrt{6}-2} =$$

$$c) \frac{2}{3+\sqrt{5}} =$$

$$d) \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2} =$$

48. Usuń niewymierność z mianownika.

$$a) \frac{3}{\sqrt{3}} \quad b) \frac{2}{\sqrt{3}-1} \quad c) \frac{\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}} \quad d) \frac{7\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-3} \quad e) \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} \quad f) \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \quad g) \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

49. Zapisz w postaci sumy algebraicznej.

$$a) (x+1)^3 \quad c) (x-2)^3$$
$$b) (x+4)^3 \quad d) (x-5)^3$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

50. Oblicz.

$$a) (1+\sqrt{2})^3 \quad b) (1-\sqrt{3})^3 \quad c) (2+\sqrt{3})^3 \quad d) (3-\sqrt{2})^3 \quad e) (\sqrt{2}-\sqrt{3})^3$$

## 1.7. Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej

51. Zapisz liczbę w postaci dziesiętnej (nie używaj kalkulatora).

$$a) 1\frac{3}{4} = \quad d) 4\frac{1}{3} =$$

$$b) \frac{9}{8} = \quad e) \frac{22}{3} =$$

$$c) 2\frac{3}{8} = \quad f) \frac{14}{9} =$$

52. Zapisz liczbę w postaci dziesiętnej (nie używaj kalkulatora).

$$a) \frac{1}{6} \quad b) \frac{13}{6} \quad c) \frac{5}{6} \quad d) \frac{17}{6}$$

53. Jaka cyfra znajduje się na dziesiątym miejscu po przecinku w rozwinięciu dziesiętnym danej liczby?

a)  $3,(2783)$  – cyfra:

c)  $3,2(783)$  – cyfra:

b)  $3,02(783)$  – cyfra:

d)  $3,27(83)$  – cyfra:

54. Zaznacz ułamki mające rozwinięcia dziesiętne skończone.

$\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{7}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{9}$

Każdą liczbę wymierną można zapisać w postaci dziesiętnej skończonej lub nieskończonej okresowej.

55. Skreśl liczby mające rozwinięcia dziesiętne nieskończone nieokresowe.

~~$2\sqrt{2}$~~ ,  $\sqrt{1,44}$ ,  $\sqrt{125}$ ,  $1,(037)$ ,  $\sqrt{2\frac{1}{4}}$ ,  $10\pi$ ,  $\pi - 3,14$

Liczby niewymierne mają rozwinięcia dziesiętne nieskończone nieokresowe.

56. Aby przedstawić liczbę  $0,(4) = 0,4444\dots$  w postaci ułamka zwykłego, możemy postąpić następująco:

$$\begin{aligned} x &= 0,4444\dots \\ 10x &= 4,4444\dots \\ 10x - x &= 4 && \text{od drugiego równania odejmujemy} \\ &&& \text{stronami równanie pierwsze} \\ 9x &= 4 \\ x &= \frac{4}{9} \end{aligned}$$

*obie strony równania mnożymy przez 10, aby przecinek znalazł się za pierwszym wystąpieniem okresu*

Postępując podobnie, przedstaw liczbę w postaci ułamka zwykłego.

a)  $x = 0,(3) = 0,3333\dots$

b)  $x = 0,(7) = 0,7777\dots$

57. Przedstaw liczbę w postaci ułamka zwykłego.

a)  $x = 0,(15) = 0,151515\dots$

b)  $x = 0,(45) = 0,454545\dots$

$100x =$

$100x - x =$

$99x =$

$x =$

58. Zapisz liczbę w postaci ułamka zwykłego.

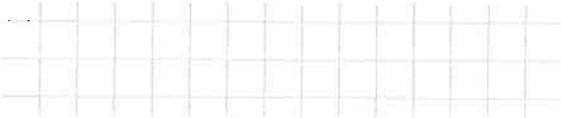
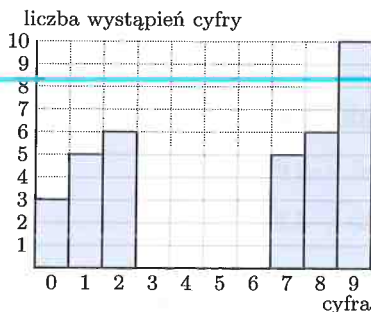
- a)  $0,(8)$                       c)  $0,(18)$                       e)  $5,(90)$   
 b)  $1,(9)$                       d)  $0,(48)$                       f)  $5,(900)$

59. Zapisz liczbę w postaci ułamka zwykłego.

- a)  $0,0(2)$                       c)  $-0,1(54)$                       e)  $1,12(5)$   
 b)  $1,2(4)$                       d)  $2,(036)$                       f)  $-0,10(45)$

60.  $\pi \approx 3,14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494$

Powyżej podano 60 początkowych cyfr rozwinięcia dziesiętnego liczby  $\pi$ . Uzupełnij diagram, na którym przedstawiono, ile razy w rozwinięciu tym wystąpiły poszczególne cyfry. Wyznacz średnią arytmetyczną tych danych.



### 1.8. Potęga o wykładniku całkowitym

61. Uzupełnij tabelę.

a) kolejne potęgi liczby 2:

$2^0$	$2^1$	$2^2$	$2^3$	$2^4$	$2^5$	$2^6$	$2^7$	$2^8$	$2^9$	$2^{10}$
1	2	4	8					256		

b) kolejne potęgi liczby 3:

$3^0$	$3^1$	$3^2$	$3^3$	$3^4$	$3^5$	$3^6$
1	3	9				

c) kolejne potęgi liczby 5:

$5^0$	$5^1$	$5^2$	$5^3$	$5^4$	$5^5$
1	5				

62. Oblicz.

- a)  $0,2^5 =$                       b)  $(-0,2)^6 =$                       c)  $(-0,4)^3 =$

63. Oblicz.

- a)  $(\sqrt{5})^3 =$                       b)  $(-\sqrt{7})^4 =$                       c)  $(-\sqrt{2})^7 =$

64. Oblicz.

a)  $5^2 - (-4)^3 + (-6)^3 + (-1)^9 =$

b)  $(-2)^5 - (-6)^2 + (-1)^{14} + (-12)^0 =$

c)  $(\frac{3}{5})^2 - (-\frac{2}{5})^3 + (\frac{7}{8})^0 =$

d)  $(-\frac{1}{3})^4 - (-\frac{5}{3})^0 + (-\frac{1}{3})^3 =$

65. Wstaw znak  $-$  lub  $+$  ( $n$  jest liczbą naturalną dodatnią).

a)  $(-1)^{2n} = \square 1$

c)  $-(-1)^{2n+2} = \square 1$

b)  $(-1)^{2n+1} = \square 1$

d)  $(-1)^{2n-1} = \square 1$

66. Uzupełnij tabelę.

	$-x^2$	$(-x)^2$	$-x^3$	$(-x)^3$	$x^4$
$x = 2$	-4		-8		16
$x = -4$		16			
$x = -\frac{1}{3}$					

Dla  $n \in \mathbb{N}$  i  $a \neq 0$  przyjmujemy, że:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

67. Oblicz.

a)  $2^{-3} =$

d)  $0,25^{-1} + (\frac{2}{3})^{-1} =$

b)  $6^{-2} =$

e)  $(\frac{2}{5})^{-2} + (1\frac{1}{3})^{-1} =$

c)  $(\frac{2}{7})^{-1} =$

f)  $(\frac{\sqrt{3}}{4})^{-2} + (\frac{1}{\sqrt{2}})^{-4} =$

68. Oblicz.

a)  $(\frac{2}{3})^{-2} - (\frac{4}{3})^{-1}$

c)  $\frac{4^2 \cdot 4^{-1} - 7^0}{1 + 2^{-3}}$

e)  $\frac{2^{-3} - (\frac{3}{4})^{-2} \cdot (-\frac{1}{2})^2}{9^{-1} + (-\frac{1}{8})^0}$

b)  $[(\frac{1}{5})^{-3} - (\frac{1}{3})^{-4}]^{-1}$

d)  $\frac{(\frac{1}{5})^{-3} \cdot 5^{-2} + (\frac{1}{5})^{-2}}{10 - (\frac{1}{2})^{-3}}$

f)  $\frac{4 \cdot 2^{-2} - (\frac{3}{2})^{-3} + 9 \cdot 3^{-1}}{20^{-1} \cdot (\frac{1}{5})^{-2} - 16 \cdot (-\frac{4}{3})^{-3}}$

69. Przedstaw w postaci potęgi.

a)  $7^6 \cdot 7^3 \cdot 7^{11} = 7^{20}$       d)  $(\frac{1}{5})^3 \cdot (\frac{1}{5})^{-7} \cdot 5^2 = \dots$

b)  $\frac{9^4 \cdot 3^{11} \cdot 3^0}{3^9 \cdot 3^4} = \dots$       e)  $\frac{2^{-7} \cdot 2^{-11}}{2^3 \cdot 8^{-3}} = \dots$

c)  $(5^2)^3 \cdot (3^3)^2 = \dots$       f)  $(3^{-2})^4 : (\frac{1}{3})^{-6} = \dots$

Dla  $m, n \in \mathbb{C}$ :

1.  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

2.  $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}, a \neq 0$

3.  $(a^n)^m = a^{m \cdot n}$

4.  $a^n \cdot b^n = (ab)^n$

5.  $\frac{a^n}{b^n} = (\frac{a}{b})^n, b \neq 0$

70. Skreśl liczby równe  $2^{10}$ .

$2^3 \cdot 2^2 + 2^5$        $4^{-1} : 64^{-2}$        $0,25^{-1} \cdot 4^4$        ~~$1024$~~   
 $(2^5)^5 - 2^{15}$        $((-2)^4)^{-5} : (2^{-10})^3$        $2 \cdot 2^8 + 2 \cdot 2^2$        $2^9 + 2 \cdot 2^8$

71. Oblicz.

a)  $(3^7 \cdot 3^{-9}) : 3^{-6}$       c)  $((\sqrt{5})^4 - 5^3) : 0,01^{-2}$       e)  $(18^{-2} - 12^{-3}) \cdot 36^3$

b)  $(2^3 - 2^2 \cdot 2^0) \cdot 0,25^{-4}$       d)  $4^{-10} \cdot (8^3 - 2^9)$       f)  $6^6 \cdot (8^0 - 4)^{-6}$

72. Zapisz w postaci  $x^k$ .

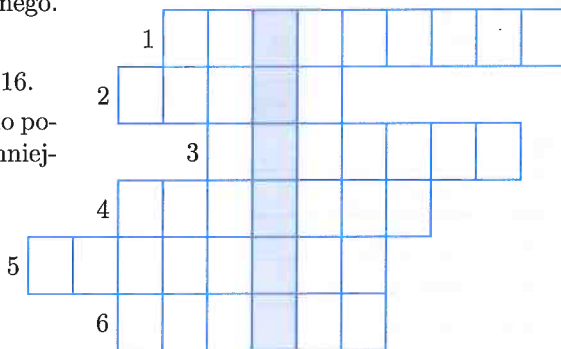
a)  $\frac{x^4 \cdot x^6}{x^3 \cdot x^{-5}}$       b)  $(x^5 \cdot x^{-2})^3 : (\frac{x^{-6}}{x^{-1}})^{-2}$       c)  $\frac{\frac{x^{-1}}{x^4}}{(\frac{1}{x^{-3}})^2} \cdot \frac{(\frac{1}{x^2})^{-4}}{\frac{x^{-2}}{x}}$

73. Uprość wyrażenie.

a)  $\frac{xy^{-1}}{x^{-2}y^{-2}}$       c)  $\frac{2^{-1}x^4y^{-3}}{4^{-2}x^{-4}y^{-6}}$       e)  $\frac{x^4y^2 - 5y^{-3}}{x^4y^{-3}}$   
 b)  $\frac{xy^{-1}z^{-1}}{x^2y^{-2}}$       d)  $(x^{-2}z^4)^{-1} \cdot (\frac{x}{z})^{-2}$       f)  $(x^2 - y^2) : (x^{-1} + y^{-1})$

74. Rozwiąż krzyżówkę. Z zacieniowanych pól odczytaj nazwisko francuskiego matematyka żyjącego w XVII w.

- Określenie pojęcia matematycznego.
- $(\sqrt{2})^6$  jest równy ....
- ... potęga liczby 6 jest równa 216.
- Jeśli liczbę  $a > 1$  podniesiemy do potęgi ..., to otrzymamy liczbę mniejszą od 1.
- Liczbę  $a$  w wyrażeniu  $a^n$  nazywamy ... potęgi.
- Liczbę 1024 otrzymamy, podnosząc 4 do potęgi ....



## 1.9. Notacja wykładnicza

Przedstawienie liczby w postaci  $x \cdot 10^n$ , gdzie  $1 \leq x < 10$  oraz  $n$  jest liczbą całkowitą, nazywamy **notacją wykładniczą**.

75. Uzupełnij brakujący wykładnik.

a)  $425\,000\,000 = 4,25 \cdot 10^8$   
↑ 8 cyfr

d)  $0,000000000065 = 6,5 \cdot 10^{-11}$   
↑ 11 cyfr

b)  $2\,850\,000\,000 = 2,85 \cdot 10^9$

e)  $0,00036 = 3,6 \cdot 10^{-4}$

c)  $700\,000\,000 = 7 \cdot 10^8$

f)  $0,000546 = 5,46 \cdot 10^{-4}$

76. Zapisz liczbę w notacji wykładniczej.

a)  $10,5 \cdot 10^8 =$

c)  $0,027 \cdot 10^{-7} =$

b)  $0,98 \cdot 10^{14} =$

d)  $4237 \cdot 10^{-5} =$

77. Wyraż masę w gramach i zapisz ją w notacji wykładniczej.

a)  $16,8 \text{ kg} =$

b)  $12 \text{ t} =$

c)  $2\,500\,000 \text{ dag} =$

d)  $0,01 \text{ mg} =$

78. W tabeli podano wybrane szybkości, stosując zapis dziesiętny i notację wykładniczą. Uzupełnij tę tabelę.

	$v$ [m/s] (zapis dziesiętny)	$v$ [m/s] (notacja wykładnicza)
Rosnący włos		$4,6 \cdot 10^{-9}$
Szybki ślimak	0,00194	
Sprinter	10	
Ziemia wokół Słońca		$2,96 \cdot 10^4$
Światło w próżni	299 792 458	



79. Oblicz (odpowiedź podaj w notacji wykładniczej).

a)  $(6 \cdot 10^7) \cdot (2,5 \cdot 10^{-3}) =$

b)  $(4,5 \cdot 10^{-5}) \cdot (4,4 \cdot 10^{-11}) =$

c)  $(8,4 \cdot 10^3) : (2,1 \cdot 10^{-7}) =$

80. Oblicz (odpowiedź podaj w notacji wykładniczej).

a)  $\frac{(2,4 \cdot 10^3) \cdot (7 \cdot 10^{13})}{(6 \cdot 10^6) \cdot (3,5 \cdot 10^4)}$

c)  $\frac{(1,2 \cdot 10^8) \cdot (5,1 \cdot 10^{-5})}{(1,7 \cdot 10^{-7}) \cdot (4,8 \cdot 10^7)}$

e)  $420\,000\,000 : 0,003$

b)  $\frac{(25 \cdot 10^{-2}) \cdot (6 \cdot 10^{-6})}{(1,5 \cdot 10^{11}) \cdot (5 \cdot 10^{-9})}$

d)  $2\,500\,000 \cdot 0,0015$

f)  $0,00015 : 0,0006$

## 1.10. Przybliżenia

Zaokrąglając liczbę zapisaną w postaci dziesiętnej do podanego miejsca po przecinku, odrzucamy wszystkie dalsze cyfry. Jeśli pierwszą odrzuconą cyfrą jest 5, 6, 7, 8 lub 9, to ostatnią z pozostawionych cyfr zwiększamy o jeden. Jeśli zaś 0, 1, 2, 3 lub 4, to ostatnią z zachowanych cyfr pozostawiamy bez zmian.

81. Zaokrąglij liczbę do jednego miejsca po przecinku.

a)  $1,248 \approx$

c)  $34,951 \approx$

e)  $1,591 \approx$

b)  $13,553 \approx$

d)  $4,199 \approx$

f)  $3,987 \approx$

82. Podczas kartkówki należało podać przybliżenia liczb z dokładnością do drugiego miejsca po przecinku. Sposób oceniania kartkówki przedstawiono w tabeli obok. Jaką ocenę otrzymał uczeń, który podał poniższe przybliżenia? Tam, gdzie wynik jest błędny, zapisz poprawną odpowiedź.

Liczba błędów	Ocena
0	bdb.
1	db.
2	dst.
3	dop.
> 3	ndst.

$57,3849 \approx 57,38$

$3,69711 \approx 3,7$

$19,0367 \approx 19,04$

$9,99803 \approx 9,99$

$0,00491 \approx 0,005$

$7,09041 \approx 7,1$

ocena: \_\_\_\_\_

83. Wyznacz błąd przybliżenia.

a)  $7,1035 \approx 7,1$  błąd: **0,0035**

b)  $7,1035 \approx 7,104$  błąd: \_\_\_\_\_

c)  $197,88 \approx 197,9$  błąd: \_\_\_\_\_

d)  $197,88 \approx 200$  błąd: \_\_\_\_\_

Błąd przybliżenia jest równy różnicy liczby i jej przybliżenia.

84. Uzupełnij tabelę, w której podano przybliżenia z dokładnością do jednojności.

Liczba	Przybliżenie	Błąd przybliżenia	Rodzaj przybliżenia
17,71	18	$17,71 - 18 = -0,29$	z nadmiarem
72,34	72	$72,34 - 72 = 0,34$	z niedomiarem
29,52			
199,61			
49,09			
0,49			
	93	-0,28	

85. Podaj przybliżenie liczby z dokładnością do dziesiątek oraz do setek. Które z tych przybliżeń jest z nadmiarem, a które – z niedomiarem?

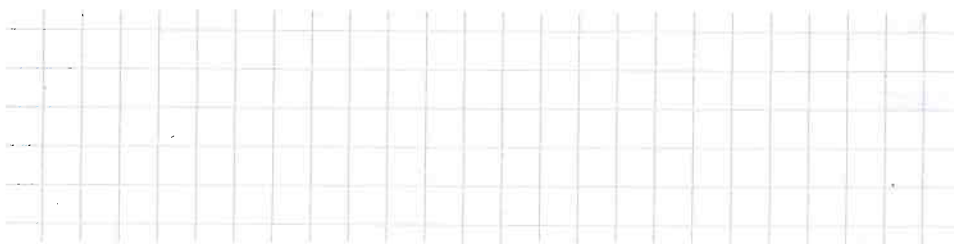
a) 21 046    b) 30 152    c) 45 964    d) 18 996

86. W tabeli podano wyniki pomiarów długości przekątnych trzech prostokątów. Który wynik jest najbliższy długości teoretycznej?

Wymiary prostokąta	Wynik pomiaru
5 dm × 12 dm	13,06 dm
9 dm × 12 dm	14,96 dm
7 dm × 24 dm	24,98 dm

87. Pewien rzemieślnik otrzymał od króla prostopadłościenną sztabę srebra o wymiarach 5 cm × 4 cm × 8 cm z zadaniem przetopienia jej na kulę. Wykonana przez niego kula miała średnicę 6,6 cm. Podejrzewając oszustwo, władca zagroził, że wtrąci rzemieślnika do lochu, jeśli ten zatrzymał dla siebie więcej niż 0,1 kg otrzymanego srebra. Czy rzemieślnik pozostanie na wolności? Wykonaj odpowiednie obliczenia, przyjmując, że: a)  $\pi \approx 3,14$ ; b)  $\pi \approx 3,14159$ .

Objętość kuli o promieniu  $r$ :  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ . Przyjmij, że gęstość srebra jest równa 10,5 g/cm<sup>3</sup>.



## 1.11. Procenty (1)

$$1\% = 0,01$$

88. Oblicz.

- a) 15% z 50 \_\_\_\_\_ c) 124% z 450 \_\_\_\_\_ e) 1,1% z 3,75 \_\_\_\_\_  
 b) 25% z 9,6 \_\_\_\_\_ d) 6,5% z 320 \_\_\_\_\_ f) 3% z 5,5 \_\_\_\_\_

89. Cena pewnego towaru zmieniała się dwukrotnie. Uzupełnij diagram.

a) 45 zł  $\xrightarrow[\text{o } 8\%]{\text{podwyżka}}$   $45 \text{ zł} \cdot 1,08 = 48,60 \text{ zł}$   $\xrightarrow[\text{o } 20\%]{\text{obniżka}}$   $48,60 \text{ zł} \cdot 0,8 = 38,88 \text{ zł}$

b) 45 zł  $\xrightarrow[\text{o } 10\%]{\text{obniżka}}$  \_\_\_\_\_  $\xrightarrow[\text{o } 20\%]{\text{podwyżka}}$  \_\_\_\_\_

c) 120 zł  $\xrightarrow[\text{o } 10\%]{\text{podwyżka}}$  \_\_\_\_\_  $\xrightarrow[\text{o } 5\%]{\text{obniżka}}$  \_\_\_\_\_

90. Podaj procentową zmianę początkowej ceny, jeśli cenę tę:

- a) obniżono o 20%, a następnie podwyższono o 20%: obniżka o 4% \_\_\_\_\_,  
 b) podwyższono o 20%, a następnie obniżono o 20%: \_\_\_\_\_,  
 c) obniżono o 30%, a następnie podwyższono o 40%: \_\_\_\_\_,  
 d) obniżono o 25%, a następnie podwyższono o 40%: \_\_\_\_\_.

91. W tabeli podano informacje dotyczące cen bluzek damskich w dwóch kolejnych miesiącach. Uzupełnij brakujące dane.

Cena w lutym [zł]	Cena w marcu [zł]	Zmiana ceny
156	140,40	obniżka o 10%
52	54,60	
78		podwyżka o 4%
	63,00	obniżka o 40%

92. W tabeli podano wyrażone w procentach dane dotyczące dwóch kolejnych zmian cen i ich ostatecznego rezultatu. Uzupełnij brakujące informacje.

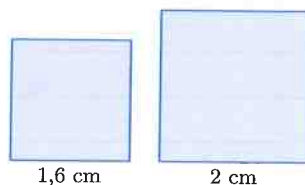
Pierwsza zmiana	Druga zmiana	Ostateczna zmiana
podwyżka o 50%		podwyżka o 20%
obniżka o 10%		obniżka o 1%
	obniżka o 30%	podwyżka o 5%
	podwyżka o 25%	bez zmian

93. W szkołach  $A$ ,  $B$  i  $C$  przeprowadzono ankietę. Zadano uczniom pytanie: „Czy matematyka jest twoim ulubionym przedmiotem?”. Uzupełnij tabelę.

Szkoła	Liczba uczniów	Liczba odpowiedzi „tak”	Procent odpowiedzi „tak”
$A$		90	15%
$B$		28	8%
$C$		63	22,5%

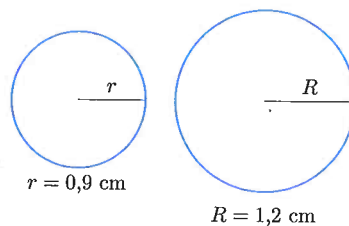
94. a) O ile procent pole większego kwadratu jest większe od pola mniejszego kwadratu?

b) O ile procent pole mniejszego kwadratu jest mniejsze od pola większego kwadratu?



95. a) O ile procent długość większego okręgu jest większa od długości mniejszego okręgu?

b) O ile procent długość mniejszego okręgu jest mniejsza od długości większego okręgu?



## 1.12. Procenty (2)

96. Do banku wpłacono na lokatę roczną 4000 zł. Uzupełnij tabelę podającą wysokość dopisanych odsetek w zależności od oprocentowania w skali roku.

Oprocentowanie	2%	3%	3,5%	3,75%	
Odsetki [zł]					160

97. Przeczytaj informacje dotyczące lokaty oprocentowanej 5% w skali roku.

Wpłacona kwota	Odsetki po roku (5%)	Podatek od odsetek (20%)	Stan lokaty po upływie roku
1000 zł	50 zł	$20\% \cdot 50 \text{ zł} = 10 \text{ zł}$	1040 zł

Uwaga. W Polsce podatek od odsetek wynosi 19%.

a) Uzupełnij tabelę dotyczącą lokaty oprocentowanej 6% w skali roku.

Wpłacona kwota	Odsetki po roku (6%)	Podatek od odsetek (20%)	Stan lokaty po upływie roku
3000 zł			

b) Uzupełnij tabelę dotyczącą lokaty oprocentowanej 6,5% w skali roku.

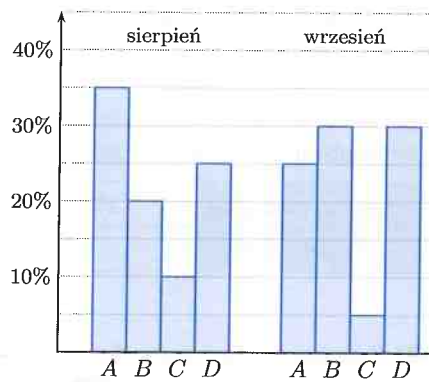
Wpłacona kwota	Odsetki po roku (6,5%)	Podatek od odsetek (20%)	Stan lokaty po upływie roku
			2104 zł

98. Na diagramie przedstawiono wyniki sondaży przeprowadzonych w sierpniu i we wrześniu dotyczących poparcia partii politycznych A, B, C i D. Uzupełnij zdania.

• W sierpniu poparcie dla partii B deklaro-  
wało \_\_\_ procent ankietowanych, a dla partii  
C \_\_\_ procent.

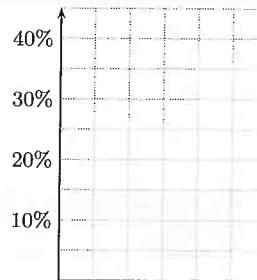
• W sierpniu poparcie dla partii B było o \_\_\_  
punktów procentowych wyższe niż poparcie  
dla partii C i o \_\_\_ punktów procentowych  
niższe niż poparcie dla partii A.

• Od sierpnia do września poparcie dla partii A zmalało o \_\_\_ punktów procento-  
wych, a dla partii D wzrosło o \_\_\_ punktów procentowych.



99. Na podstawie podanych poniżej informacji naszkicuj diagram słupkowy pokazujący poparcie dla partii A, B, C i D w październiku.

„Poparcie dla partii B jest o 10 punktów procentowych niż-  
sze od poparcia dla partii D i o 15 punktów procentowych  
wyższe od poparcia dla partii C. Zarówno partia A, jak  
i partia D cieszą się 30-procentowym poparciem”.



100. W pewnym mieście działają trzy salony fryzjerskie X, Y, Z. W 2006 r. salony te odwiedziło łącznie 600 klient-  
tów. Na diagramie przedstawiono procent klientów obsłu-  
żonych przez poszczególne salony. W 2007 r. udział w rynku  
firmy Y wzrósł o 5 punktów procentowych, a udział firmy Z  
pozostał bez zmian. Podaj, ilu klientów odwiedziło poszcze-  
gólne salony w 2007 r., jeśli liczba wszystkich klientów była  
o 20% wyższa niż w roku poprzednim.

