# 4. Funkcja liniowa

## 4.1. Wykres funkcji liniowej

Funkcję określoną wzorem $f(x) = ax + b$ dla $x \in \mathbf{R}$, gdzie $a$ i $b$ są stałymi, nazywamy **funkcją liniową**. Wykresem funkcji liniowej jest prosta.
Liczbę $a$ nazywamy **współczynnikiem kierunkowym** prostej.

**1.** Uzupełnij tabele. Naszkicuj w tym samym układzie współrzędnych proste $k$, $l$, $m$ i $n$.

$k$: $y = x$

| $x$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $y$ | 0 | 1 |

$m$: $y = -x$

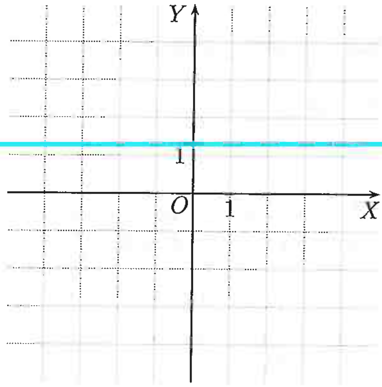
| $x$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $y$ | | |

$l$: $y = x + 3$

| $x$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $y$ | | |

$n$: $y = -x + 3$

| $x$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $y$ | | |




**2.** Cztery z poniższych równań opisują narysowane obok proste. Podpisz te proste. Naszkicuj prostą opisaną piątym równaniem.

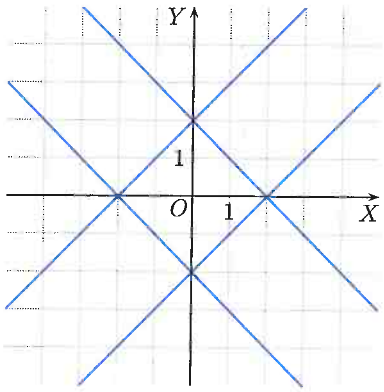
$l_3$: $y = -x + 1$

$l_1$: $y = -x + 2$

$l_4$: $y = x + 2$

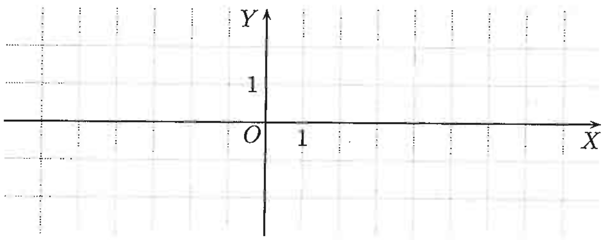
$l_2$: $y = -x - 2$

$l_5$: $y = x - 2$




**3.** Uzupełnij tabelę dla funkcji: $f(x) = -\frac{1}{4}x$, $g(x) = -\frac{1}{4}x + 2$, $h(x) = -\frac{1}{4}x - 1$. Naszkicuj w tym samym układzie współrzędnych odpowiednie proste.

| $x$ | $-4$ | 0 | 4 |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | |
| $g(x)$ | | | |
| $h(x)$ | | | |



**4.** Wskaż pary prostych równoległych.

Proste $y = ax + b$ i $y = a_1x + b_1$ są równoległe wtedy i tylko wtedy, gdy $a = a_1$.

$l_1$: $y = 5x + 2$ $l_3$: $y = 1{,}5x + 2$

$l_2$: $y = 2x - 4$ $l_4$: $y = 5x - 11$ $l_5$: $y = \frac{3}{2}x - 4$ $l_6$: $y = \frac{3}{2} + 2x$

**5.** Wskaż pary prostych przecinających oś $OY$ w tym samym punkcie.

Prosta $y = ax + b$ przecina oś $OY$ w punkcie $(0, b)$.

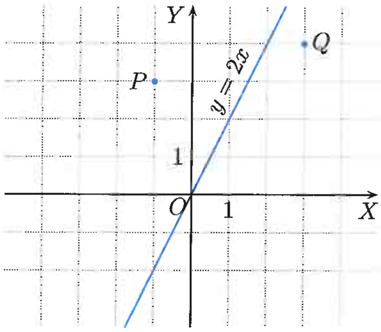
$l_1$: $y = -3x + 0{,}25$ $l_3$: $y = 2x - 3$ $l_5$: $y = 4 - \pi x$

$l_2$: $y = -3x + 4$ $l_4$: $y = -3$ $l_6$: $y = -2x + \frac{1}{4}$

**6.** Napisz wzór funkcji, której wykresem jest prosta równoległa do prostej $y = 2x$ i przechodząca przez podany punkt. Naszkicuj tę prostą.

a) Punkt $P$

b) Punkt $Q$




**7.** Napisz wzór funkcji, której wykresem jest prosta równoległa do podanej prostej i przechodząca przez punkt $P$.

a) $y = 3x - 1$, $P(2, 4)$

b) $y = -2x + 7$, $P(3, -1)$

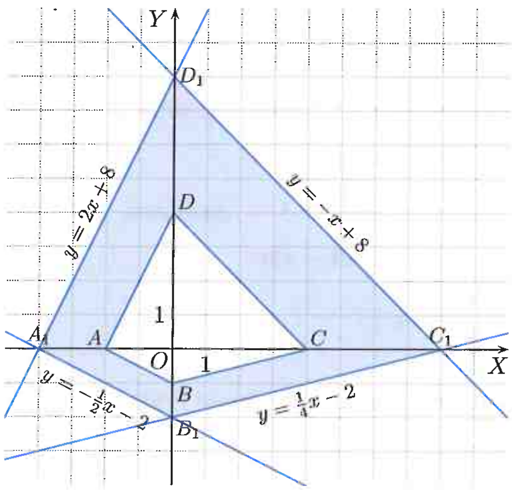
c) $y = \frac{3}{4}x - 2$, $P(-4, 2)$

d) $y = -0{,}8x + 9$, $P(-5, -2)$

**8.** a) Napisz równania prostych, w których zawierają się boki czworokąta $ABCD$, jeśli wiadomo, że są one równoległe do boków czworokąta $A_1B_1C_1D_1$.

b) Oblicz pole zacieniowanego obszaru.

*c) Oblicz pole i wysokość trapezu $A_1ADD_1$.




**9.** Punkty $(4, 0)$ i $(0, 3)$ są wierzchołkami równoległoboku, którego dwa boki zawierają się w prostych $y = 3x + 3$ i $y = \frac{1}{2}x - 2$. Wyznacz równania prostych, w których zawierają się jego dwa pozostałe boki. Oblicz pole tego równoległoboku.

## 4.2. Własności funkcji liniowej

**10.** W ramce pokazano, jak wyznaczyć miejsce zerowe funkcji $y = 3x + 4$. Postępując analogicznie, wyznacz miejsce zerowe podanej funkcji.

a) $y = -6x + 9$  b) $y = \frac{2}{3}x + 6$

**Przykład**
$y = 3x + 4$
Dla $y = 0$ mamy:
$0 = 3x + 4$
$-3x = 4 \ / : (-3)$
$x = -\frac{4}{3}$

**11.** Wyznacz miejsce zerowe funkcji $f$. Podaj współrzędne punktów przecięcia jej wykresu z osiami układu współrzędnych. Naszkicuj ten wykres.

Jeśli $a \neq 0$, to funkcja $y = ax + b$ ma jedno miejsce zerowe: $x = -\frac{b}{a}$.

a) $f(x) = 2x + 4$  c) $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$  e) $f(x) = \frac{2}{3}x + 4$

b) $f(x) = -3x + 6$  d) $f(x) = -\frac{1}{3}x - 1$  f) $f(x) = -\frac{5}{4}x - 5$

**12.** Oblicz pole trójkąta ograniczonego osiami układu współrzędnych i prostą:

a) $y = -2x + 4$,  b) $y = \frac{1}{3}x - 2$,  c) $y = -\frac{2}{3}x - 4$.

**13.** Określ monotoniczność funkcji $f$.

Funkcja $f(x) = ax + b$ jest:
- rosnąca, gdy $a > 0$,
- stała, gdy $a = 0$,
- malejąca, gdy $a < 0$.

a) $f(x) = 0{,}003x - 8$ ..........

b) $f(x) = -\frac{13}{11}x + 4$ malejąca

c) $f(x) = (3{,}14 - \pi)x$ ..........

d) $f(x) = -7$ ..........

e) $f(x) = -\frac{1}{\sqrt{3}-3}x - \frac{1}{3}$ ..........

f) $f(x) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)x - 2$ ..........

**14.** Określ monotoniczność funkcji $f(x) = (4 - 2m)x - 7$, jeśli:

a) $m = \frac{13}{6}$,  b) $m = 1{,}(9)$,  c) $m = \sqrt{3}$,  d) $m = 3(\sqrt{3} - 1)$.

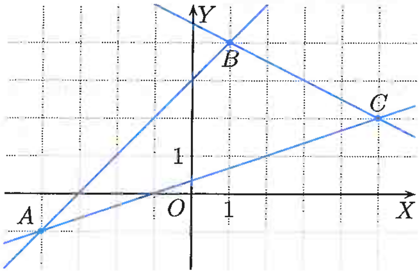
**15.** Określ monotoniczność funkcji $f$ w zależności od wartości parametru $m$.

a) $f(x) = (m + 3)x - 7$  c) $f(x) = (|m| - 4)x - 1$

b) $f(x) = (5 - \frac{2}{3}m)x + 1$  d) $f(x) = (|m + 2| - 1)x + 3$

# 4.3. Równanie prostej na płaszczyźnie

Równanie postaci $y = ax + b$ nazywamy **równaniem kierunkowym prostej.**




**16.** Dane są punkty: $A(-4,-1)$, $B(1,4)$, $C(5,2)$. Zapisz układ równań pozwalający wyznaczyć współczynniki $a$ i $b$ równania kierunkowego podanej prostej.

a) prosta $AB$:

$$\begin{cases} -1 = a \cdot (-4) + b \\ 4 = a \cdot 1 + b \end{cases}$$

b) prosta $AC$:

$$\begin{cases} \ldots \\ \ldots \end{cases}$$

c) prosta $BC$:

$$\begin{cases} \ldots \\ \ldots \end{cases}$$

**17.** Zapisz układ równań pozwalający wyznaczyć współczynniki $a$ i $b$ równania kierunkowego prostej przechodzącej przez punkty $P$ i $Q$. Rozwiąż ten układ i zapisz równanie prostej $PQ$.

a) $P(2,1)$, $Q(5,4)$ b) $P(-1,-3)$, $Q(2,3)$ c) $P(-2,2)$, $Q(4,-1)$

**18.** Wyznacz równanie prostej $PQ$. Sprawdź, czy należy do niej punkt $C$.

a) $P(-2,1)$, $Q(2,5)$, $C(4,8)$ b) $P(-1,7)$, $Q(3,-1)$, $C(-2,9)$

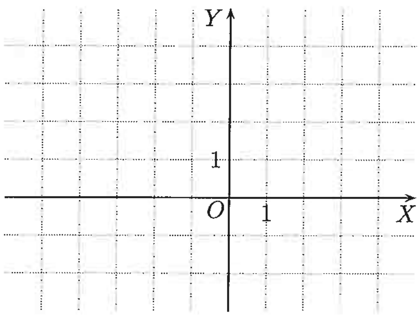
**19.** Naszkicuj proste o podanych równaniach.

$l_1$: $y = 3$  $l_4$: $x = -5$

$l_2$: $y = -2$  $l_5$: $y = 0$

$l_3$: $x = 4$  $l_6$: $x = 0$

Które z tych prostych nie są wykresami funkcji?




**20.** Zapisz równanie prostej przechodzącej przez punkty $P$ i $Q$.

a) $P(4, \frac{1}{2})$, $Q(-7, \frac{1}{2})$ b) $P(-6,2)$, $Q(-6,-12)$ c) $P(\frac{7}{4}, \frac{12}{5})$, $Q(1\frac{3}{4}, 2\frac{3}{5})$

**21.** Oblicz pole prostokąta ograniczonego prostymi: $x = -1$, $x = 5$, $y = 4\frac{1}{2}$ i $y = 6\frac{1}{4}$.

Równanie $Ax + By + C = 0$, gdzie $A \neq 0$ lub $B \neq 0$, nazywamy **równaniem ogólnym prostej**.

**22.** Przekształć równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej.

a) $3x - y - 4 = 0$ b) $-4x + 2y + 5 = 0$ c) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y - 3 = 0$

$-y = -3x + 4 \; / \cdot (-1)$

$y = 3x - 4$

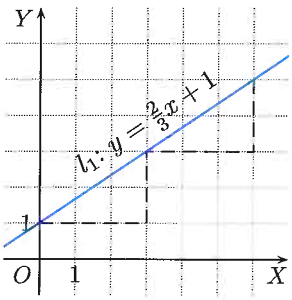
**23.** Przekształć równania ogólne prostych do postaci kierunkowych. Zaznacz równania opisujące tę samą prostą.

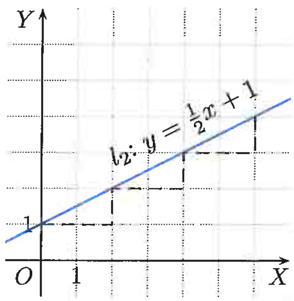
$l_1$: $x - 2y + 2 = 0$ $l_3$: $-\frac{1}{2}x + y - 1 = 0$ $l_5$: $\frac{2}{3}x - y + 2 = 0$

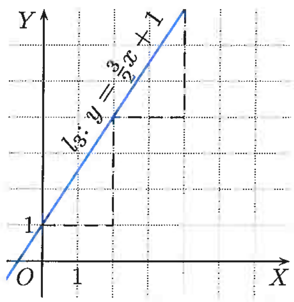
$l_2$: $-2x + 3y - 6 = 0$ $l_4$: $3x + 2y - 6 = 0$ $l_6$: $-3x + 6y - 6 = 0$

## 4.4. Współczynnik kierunkowy prostej

**24.** Dopasuj każdą z przedstawionych prostych do odpowiedniego opisu.

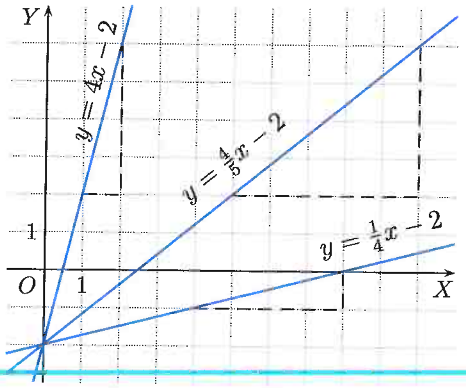



| | |
|---|---|
| Przyrostowi argumentu $x$ o dwie jednostki odpowiada przyrost wartości funkcji o jedną jednostkę. | |
| Przyrostowi argumentu $x$ o dwie jednostki odpowiada przyrost wartości funkcji o trzy jednostki. | |
| Przyrostowi argumentu $x$ o trzy jednostki odpowiada przyrost wartości funkcji o dwie jednostki. | |

**25.** Dla każdej z podanych prostych określ zależność między przyrostem argumentu $x$ a odpowiadającym mu przyrostem wartości funkcji.




$y = 4x - 2$: ..........

$y = \frac{1}{4}x - 2$: ..........

$y = \frac{4}{5}x - 2$: ..........

**26.** Oblicz współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez punkty $P$ i $Q$.

Współczynnik kierunkowy prostej $y = ax + b$ przechodzącej przez dwa różne punkty $(x_1, y_1)$ i $(x_2, y_2)$ jest równy: $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

a) $P(3,2)$, $Q(5,6)$

$a = \frac{6-2}{5-3} = \frac{4}{2} = 2$

b) $P(1,3)$, $Q(4,2)$ c) $P(2,-1)$, $Q(-4,3)$ d) $P(-7,\frac{1}{2})$, $Q(-5,\frac{1}{4})$

**27.** Oblicz współczynnik kierunkowy i wyznacz równanie prostej przechodzącej przez punkty $E$ i $F$.

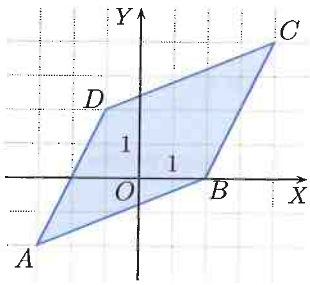
a) $E(-1,2)$, $F(2,8)$ c) $E(-2,2)$, $F(-6,0)$

b) $E(3,-4)$, $F(-6,-1)$ d) $E(-6,2)$, $F(3,-4)$

**28.** Odczytaj współrzędne wierzchołków równoległoboku przedstawionego na rysunku. Oblicz współczynniki kierunkowe prostych zawierających:

a) boki równoległoboku,

b) przekątne równoległoboku.

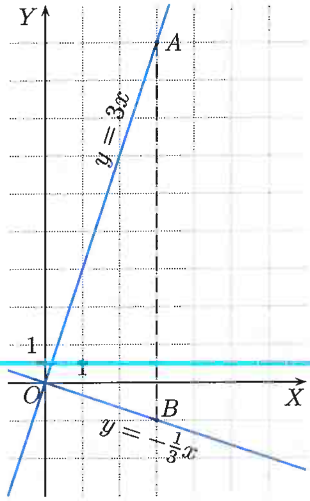



**29.** Wyznacz równanie prostej przechodzącej przez punkt $P$ i równoległej do prostej $l$.

a) $l$: $y = 4x + 2$, $P(1,3)$ c) $l$: $y = 0{,}125x - 0{,}25$, $P(-16,-3)$

b) $l$: $y = -\frac{1}{5}x + 2$, $P(20,9)$ d) $l$: $y = 7$, $P(3,-4)$

## 4.5. Warunek prostopadłości prostych




**30.** a) Sprawdź, korzystając z rysunku, czy $|OA| = 3\sqrt{10}$, $|OB| = \sqrt{10}$, $|AB| = 10$.

b) Wykaż, że $\triangle AOB$ jest prostokątny.

**31.** Podaj współczynnik kierunkowy prostej $y = a_1 x - 3$ prostopadłej do prostej $k$.

Proste $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ i $y = a_1 x + b_1$ są prostopadłe wtedy i tylko wtedy, gdy $a_1 = -\frac{1}{a}$.

a) $k$: $y = -7x + 7$ ..........

b) $k$: $y = \frac{5}{6}x + 1$ ..........

c) $k$: $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{3}$ ..........

d) $k$: $y = -\frac{7}{9}x - \frac{1}{9}$ ..........

**32.** Prosta $l$ przechodzi przez punkt $P$ i jest prostopadła do prostej $k$. Wyznacz równanie prostej $l$.

a) $k$: $y = 2x - 7$, $P(0, 5)$ ..........

b) $k$: $y = -6x + 3$, $P(0, -\frac{1}{4})$ ..........

**33.** Zaznacz proste prostopadłe do prostej $y = -1{,}5x + 6$.

$k$: $y = -3 + \frac{4}{6}x$ $l$: $3y - 2x - 1 = 0$ $m$: $-6y + 4x - 3 = 0$

$n$: $-3x + 2y + 6 = 0$ $o$: $3y + 2x + 6 = 0$

**34.** Wyznacz równanie prostej przechodzącej przez punkt $A$ i prostopadłej do prostej $l$.

a) $l$: $y = 2x + 7$, $A(3, -1)$

b) $l$: $y = -6x + 1$, $A(12, 7)$

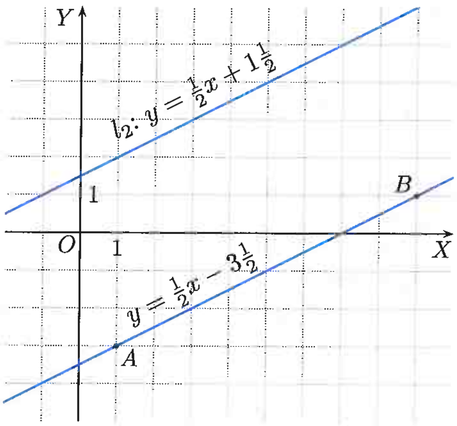
c) $l$: $y = -\frac{2}{5}x + 3$, $A(-3, -\frac{1}{2})$

d) $l$: $y = 1{,}5x - \sqrt{3}$, $A(6, -5)$

**35.** Punkty $A(1,-3)$ i $B(9,1)$ są sąsiednimi wierzchołkami prostokąta. Wierzchołki $C$ i $D$ tego prostokąta należą do prostej $l_2$.

a) Wyznacz równania prostych, w których zawarte są boki $BC$ i $AD$ tego prostokąta.

b) Wyznacz współrzędne wierzchołków $C$ i $D$ oraz oblicz pole tego prostokąta.




**36.** Oblicz, dla jakich wartości parametru $m$ proste $l_1$ i $l_2$ są prostopadłe.

a) $l_1\colon y = \frac{3}{4}x - 7$, $l_2\colon y = (m-1)x + 5$

b) $l_1\colon y = 4m^2x + \frac{1}{2}$, $l_2\colon y = -9x - 100$

c) $l_1\colon y = (m-2)x + 3$, $l_2\colon y = (2+m)x + \frac{1}{3}$

**37.** Oblicz, dla jakich wartości parametru $m$ proste $l_1$ i $l_2$ są prostopadłe.

a) $l_1\colon y = |m+1|x - 6$, $l_2\colon y = -\frac{1}{2}x + 3$

b) $l_1\colon y = -\frac{1}{|m|}x + 5$, $l_2\colon y = |m-2|x - 7$

## 4.6. Układy równań liniowych

**38.** Rozwiąż układ równań metodą podstawiania.

a) $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 4x - y = 10 \end{cases}$

$\begin{cases} y = -2x + 8 \\ 4x - (-2x + 8) = 10 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 3y = -5 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$

**39.** Rozwiąż układ równań metodą podstawiania.

a) $\begin{cases} 3x + 2y = -3 \\ 7x + 2y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 4x + \frac{1}{2}y = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 4x - 6y = 0 \\ \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{3} \end{cases}$

**40.** Przeanalizuj przykład, a następnie rozwiąż układ równań metodą przeciwnych współczynników.

**Przykład**

$\begin{cases} 3x - y = -10 \ / \cdot 2 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$

$\begin{cases} 6x - 2y = -20 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$

$7x \qquad = -14$

Otrzymujemy $x = -2$ i podstawiamy do równania $x + 2y = 6$.

$\begin{cases} x = -2 \\ y = 4 \end{cases}$

$\begin{cases} x + 2y = -5 \\ 3x + 5y = -11 \end{cases}$

**41.** Wpisz liczby, przez które należy pomnożyć równania, aby skorzystać z metody przeciwnych współczynników.

a) $\begin{cases} 3x - 6y = 4 \ / \cdot \square \\ 2x - 2y = 1 \ / \cdot \square \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x - 2y = 1 \ / \cdot \square \\ 7x + 3y = 9 \ / \cdot \square \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x - \frac{3}{4}y = 6 \ / \cdot \square \\ 4x - 6y = 7 \ / \cdot \square \end{cases}$ d) $\begin{cases} 12x - \frac{3}{4}y = -3 \ / \cdot \square \\ 8x + \frac{5}{6}y = 7 \ / \cdot \square \end{cases}$

**42.** Rozwiąż układ równań metodą przeciwnych współczynników.

a) $\begin{cases} 3x - 2y = -5 \\ x - 4y = -3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + \frac{1}{2}y = 1 \\ 5x + 2y = 2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + 5y = 7 \\ 3x - 2y = 8{,}6 \end{cases}$

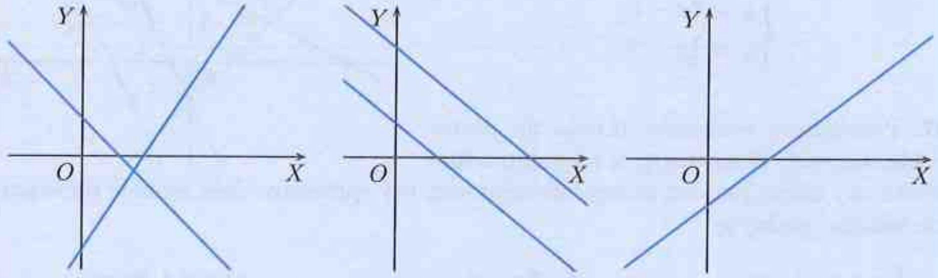
**43.** Wskaż układy sprzeczne.

A: $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ -2x + y = 2 \end{cases}$ C: $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 1 \end{cases}$ E: $\begin{cases} -x + 3y = 2 \\ 3x - 9y = 6 \end{cases}$

B: $\begin{cases} x - y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$ D: $\begin{cases} x + 3y = 6 \\ 2x + 6y = 8 \end{cases}$ F: $\begin{cases} -x + y = 2 \\ 3x - y = 6 \end{cases}$

## 4.7. Interpretacja geometryczna układu równań liniowych

Każde z równań układu równań liniowych opisuje prostą. Położenie dwóch prostych na płaszczyźnie może być następujące:




| | | |
|---|---|---|
| Proste przecinają się w jednym punkcie – układ ma dokładnie jedno rozwiązanie, czyli jest **oznaczony**. | Proste są równoległe i różne – układ nie ma rozwiązań, czyli jest **sprzeczny**. | Proste pokrywają się – układ ma nieskończenie wiele rozwiązań, czyli jest **nieoznaczony**. |

**44.** Rozwiąż graficznie układ równań.

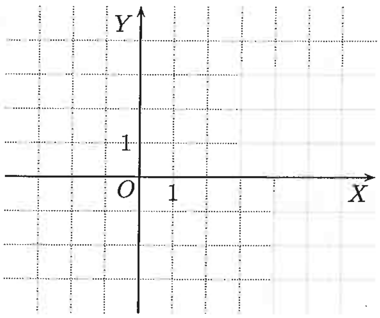
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ -2x + y = -3 \end{cases}$$

Przekształć równania do postaci kierunkowej.
Uzupełnij tabele i naszkicuj proste.

$$\begin{cases} y = \dots\dots \\ y = \dots\dots \end{cases}$$

| $x$ | | |
|---|---|---|
| $y$ | | |

| $x$ | | |
|---|---|---|
| $y$ | | |




Odczytaj współrzędne punktu przecięcia się prostych.

$$\begin{cases} x = \dots\dots \\ y = \dots\dots \end{cases}$$

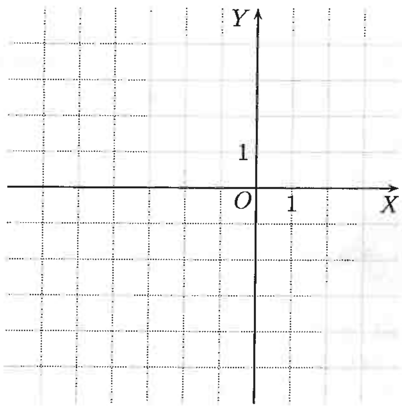
**45.** Boki trójkąta są zawarte w prostych:
$l_1$: $2x + y = 4$, $l_2$: $x - y = -1$, $l_3$: $x - 3y = 9$.
Naszkicuj te proste i odczytaj współrzędne wierzchołków trójkąta.

$l_1$: ............ $l_2$: ............ $l_3$: ............

| $x$ | | |
|---|---|---|
| $y$ | | |

| $x$ | | |
|---|---|---|
| $y$ | | |

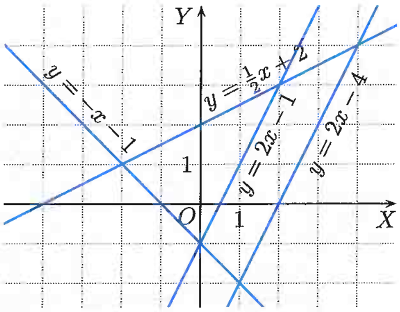
| $x$ | | |
|---|---|---|
| $y$ | | |




Wierzchołki: ............

**46.** Odczytaj z rysunku rozwiązanie układu równań. Podstaw współrzędne otrzymanego punktu do układu i sprawdź, czy jest to jego rozwiązanie.

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = \frac{1}{2}x + 2 \end{cases}$$ ..............................




**47.** Przekształć równania układu do postaci kierunkowej. Korzystając z rysunku, odpowiedz, czy układ jest oznaczony, nieoznaczony czy sprzeczny. Jeśli istnieje rozwiązanie układu, podaj je.

a) $\begin{cases} x + y = -1 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -2x + y = -1 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$ c) $\begin{cases} -x + 2y = 4 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$

**48.** Rozwiąż graficznie układ równań.

a) $\begin{cases} -3x + y = -5 \\ x + y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + y = -4 \\ x - 2y = -6 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ x - 2y = -5 \end{cases}$

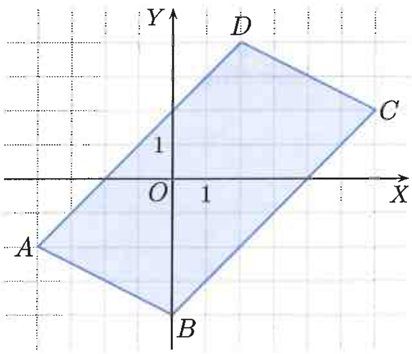
**49.** Rozwiąż algebraicznie i graficznie układ równań.

a) $\begin{cases} x + y = -4 \\ 2x + y = -5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x - 2y = -5 \end{cases}$

**50.** Punkty $A$, $B$, $C$, $D$ są wierzchołkami równoległoboku (rysunek obok). Zapisz równania prostych:

a) $AD$ i $BC$, b) $AB$ i $AD$.

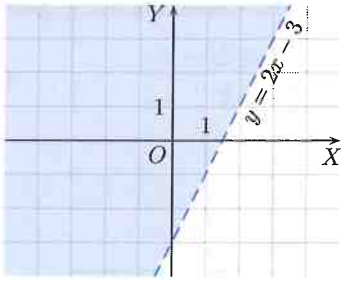
Czy układ złożony z równań tych prostych jest oznaczony, nieoznaczony czy sprzeczny?




**51.** Sprawdź rachunkowo, czy przekątne równoległoboku $ABCD$ (rysunek obok) przecinają się w punkcie $(1, 0)$.

# *4.8. Układy nierówności liniowych

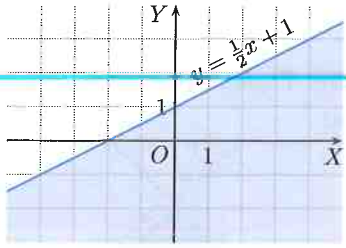
**52.** Na rysunku zaznaczono **półpłaszczyznę otwartą**, do której należą punkty $(x, y)$ spełniające warunek $y > 2x - 3$. Podkreśl punkty, które należą do tej półpłaszczyzny.




$A(0,2)$ $\quad$ $C(2,0)$ $\quad$ $E(2,1)$

$B(-2,-5)$ $\quad$ $D(4,10)$ $\quad$ $F(-6,-14)$

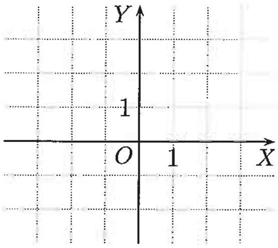
**53.** Na rysunku zaznaczono **półpłaszczyznę domkniętą**, do której należą punkty $(x, y)$ spełniające warunek $y \leqslant \frac{1}{2}x + 1$. Zaznacz litery zapisane nad współrzędnymi punktów należących do tej półpłaszczyzny, a otrzymasz nazwisko wybitnego matematyka francuskiego, współtwórcy podstaw współczesnej algebry. Matematyk ten zginął w pojedynku w 1832 r. Miał 21 lat.

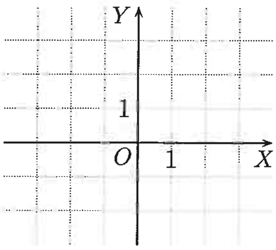


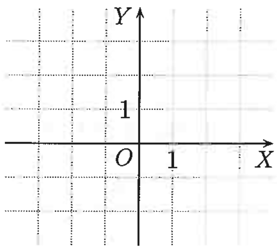

| $G$ | $E$ | $A$ | $L$ | $M$ | $N$ | $O$ | $I$ | $R$ | $S$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $(2,1)$ | $(5,4)$ | $(4,3)$ | $(-1,0)$ | $(20,12)$ | $(-\frac{1}{2},1)$ | $(0,0)$ | $(10,5)$ | $(-16,-6)$ | $(-6,-3)$ |

**54.** Zaznacz na płaszczyźnie zbiór punktów $(x, y)$ spełniających podany warunek.

a) $y > x - 1$ $\quad$ b) $y < -2x + 2$ $\quad$ c) $y \leqslant -x + 3$




**55.** Zaznacz w układzie współrzędnych podany zbiór.

a) $A = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : y \geqslant \frac{1}{2}x - 2\}$

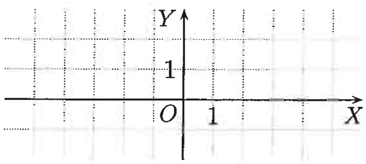
b) $B = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : y \geqslant \frac{2}{3}x + 3\}$

c) $C = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x + y - 4 \leqslant 0\}$

d) $D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x + 3y + 6 > 0\}$

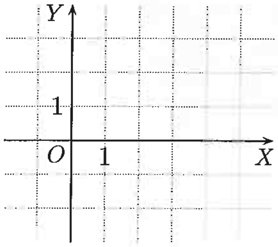
**56.** Przedstaw ilustrację graficzną układu nierówności.

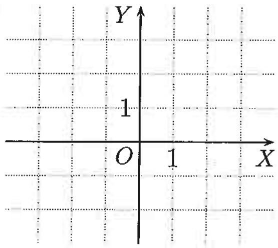
$$\begin{cases} y - 2 \leqslant 0 \\ y + 1 > 0 \end{cases}$$

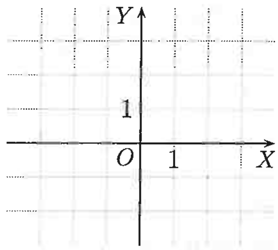


**57.** Przedstaw ilustrację graficzną układu nierówności.

a) $\begin{cases} y \leqslant 2x - 1 \\ y \leqslant 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y \leqslant \frac{1}{2}x + 2 \\ x \geqslant -2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y < x \\ y \geqslant \frac{1}{2}x - 1 \end{cases}$

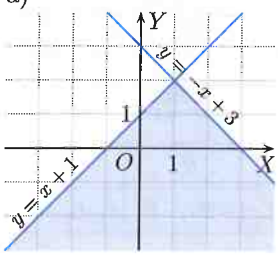


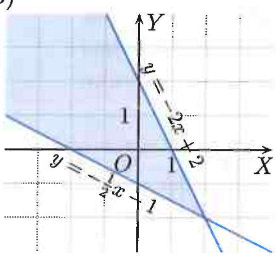




**58.** Zapisz układ nierówności opisujący zbiór punktów zacieniowany na rysunku.

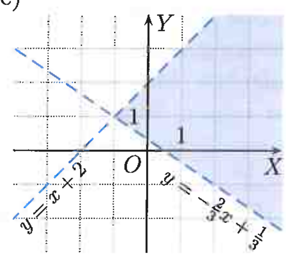
a)




b)

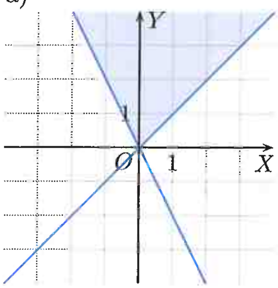



c)

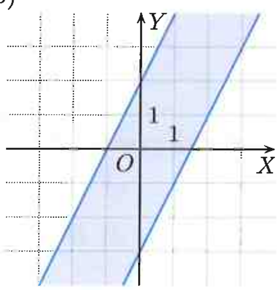



**59.** Zapisz układ nierówności opisujący zbiór punktów zacieniowany na rysunku.

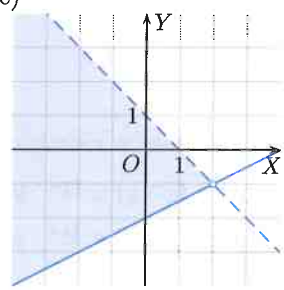
a)




b)




c)




**60.** Zapisz układ nierówności opisujący zbiór punktów należących do wnętrza trójkąta $PQR$.

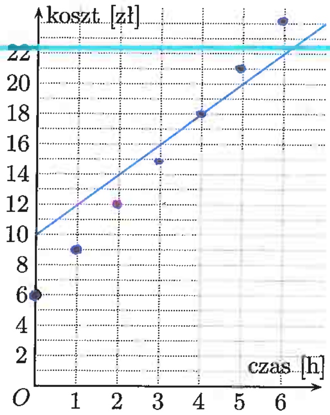
a) $P(0,0)$, $Q(3,-3)$, $R(3,6)$ b) $P(-2,-2)$, $Q(2,0)$, $R(0,2)$

# 4.9. Funkcja liniowa – zastosowania

**61.** Przeczytaj informacje dotyczące warunków wypożyczenia rowerów w wypożyczalniach „Wagabunda” i „Szprycha”.

| WYPOŻYCZALNIA „WAGABUNDA” | WYPOŻYCZALNIA „SZPRYCHA” |
|---|---|
| • Rower górski<br>10 zł + 2 zł za każdą godzinę | • Rower górski<br>6 zł + 3 zł za każdą godzinę |
| • Rower dziecięcy<br>6 zł + 2 zł za każdą godzinę | • Rower dziecięcy<br>2 zł + 3 zł za każdą godzinę |

Na wykresie obok przedstawiono koszt wypożyczenia roweru górskiego w wypożyczalni „Wagabunda” w zależności od czasu.




a) Naszkicuj w tym samym układzie współrzędnych analogiczny wykres dla wypożyczalni „Szprycha”.

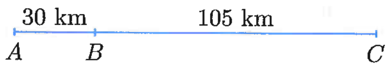
b) Odczytaj z otrzymanych wykresów, przy jakiej liczbie godzin korzystniejsze jest wypożyczenie roweru z wypożyczalni „Wagabunda”, a przy jakiej z wypożyczalni „Szprycha”.

**62.** Chcemy wypożyczyć dwa rowery górskie i jeden rower dziecięcy. Naszkicuj wykres pokazujący zależność kosztu od czasu wypożyczenia, jeśli korzystamy z wypożyczalni (patrz ćwiczenie 61):

a) „Wagabunda”, b) „Szprycha”.

Odczytaj z otrzymanych wykresów, przy jakiej liczbie godzin korzystniejsza jest oferta wypożyczalni „Wagabunda”.

**63.** Piotr i Stefan wyruszają na wycieczkę rowerową do miasta $C$ o tej samej godzinie. Piotr startuje z miasta $B$ i jedzie ze stałą szybkością 15 km/h, a Stefan z miasta $A$ i jedzie ze stałą szybkością 22,5 km/h.




a) Naszkicuj wykres pokazujący odległość Piotra od miasta $C$ w zależności od czasu oraz w tym samym układzie współrzędnych – wykres pokazujący odległość Stefana od miasta $C$ w zależności od czasu.

b) Po jakim czasie Stefan dogoni Piotra?

c) O ile Piotr musiałby zwiększyć swoją średnią szybkość, aby Stefan dogonił go dopiero w mieście $C$?